

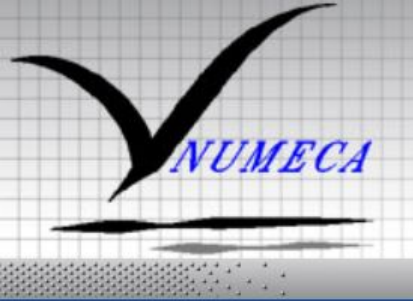
Non-Deterministische CFD Simulationen in FINE™/Turbo

Dipl.-Ing. (FH) Peter Thiel
Dr.-Ing. Thomas Hildebrandt

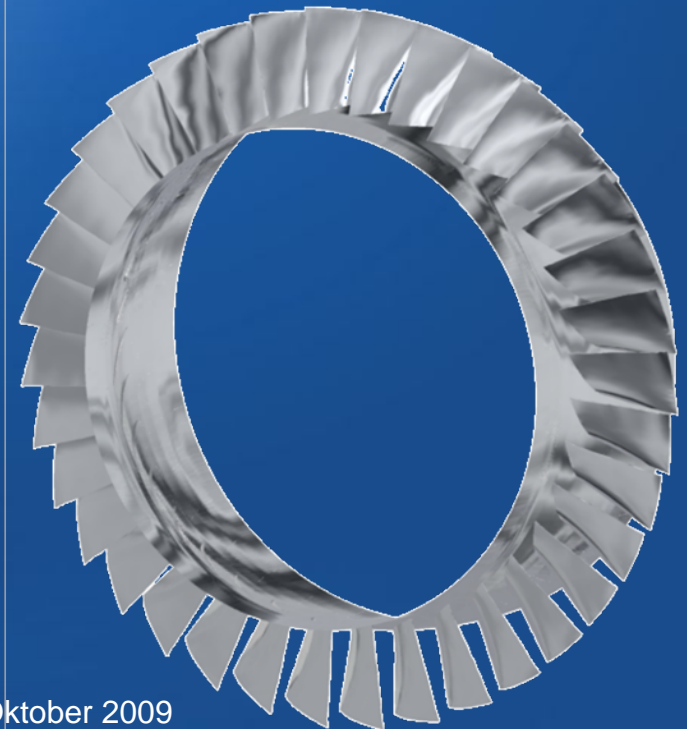
NUMECA Ingenieurbüro

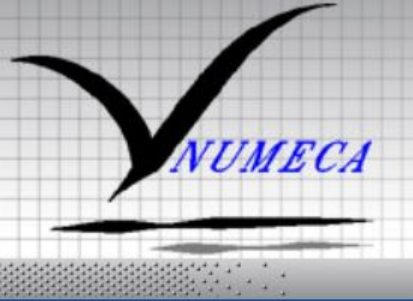
www.numeca.de

NUMECA, a New Wave in Fluid Dynamics



1. Motivation: Warum non-deterministische CFD Simulationen?
2. Arbeitsablauf
3. Implementierungen in FINE™/Turbo
4. Anwendungsbeispiele: NASA Rotor 37
5. Diskussion





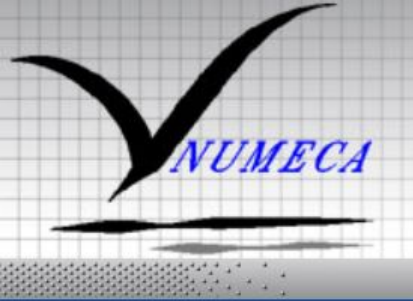
Motivation

Warum non-deterministische Simulationen?

Ziel:

Non-deterministische Simulationen als Methode um den Einfluss von Unsicherheiten vorherzusagen.

- ✓ CFD Simulationen sind (und werden) immer mit einer Anzahl von Fehlerquellen behaftet sein.
 - Unsicherheiten in den Randbedingungen (Temperaturen, Drücke, turbulente Größen)
 - Herstellungstoleranzen und –Ungenauigkeiten (Rauigkeit, Winkel, Radien, Formabweichungen)
 - Unsicherheiten in der Modellierung (Turbulenzmodell, Netzauflösung)
 - Numerische Unsicherheiten (Diskretisierungsschema endlicher Ordnung)



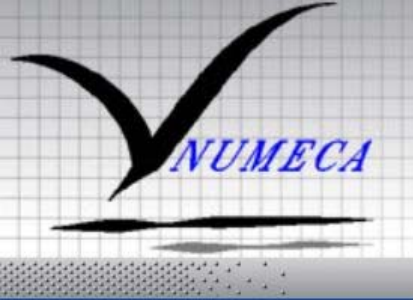
Motivation

Warum non-deterministische Simulationen?

Ziel:

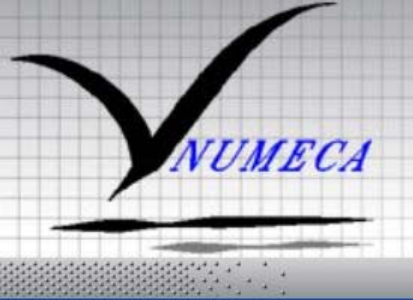
Non-deterministische Simulationen als Methode um den Einfluss von Unsicherheiten vorherzusagen.

- ✓ Diese Unsicherheiten stellen ein ernst zu nehmendes Risiko im Designprozess dar mit der Folge:
 - Unnötig erhöhter Sicherheitsmargen (Kosten, Größe, Gewicht...), oder
 - erhöhter (oder unbekannter) Versagenswahrscheinlichkeit des fertigen Produktes.



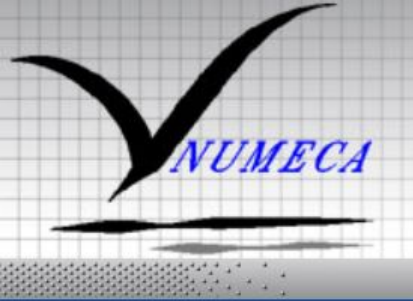
Der Arbeitsablauf einer non-deterministischen CFD Simulation:

1. Identifizierung der wichtigsten Unsicherheiten (Was weiß ich nicht?)
2. Quantifizierung dieser Unsicherheiten (Wahrscheinlicher Bereich?)
 - Falls eine empirische, statistische Datenverteilung verfügbar ist (Stichproben), dann kann mit einfachen Mitteln eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (pdf) angenähert werden (Ausgleichskurve).
 - Falls nur Maximum, Minimum und wahrscheinlichster Wert bekannt sind kann eine β - Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionsverteilung (β -pdf distribution) angenähert werden.



Der Arbeitsablauf einer non-deterministischen CFD Simulation:

3. Fortpflanzung der Unsicherheiten (Auswirkungen?)
 - Mathematische Methoden zur Abbildung der Wirkung stochastischer Eingabedaten oder Modellparameter auf die Lösung der partiellen Differentialgleichungen.
4. Beurteilung des Einflusses der Unsicherheiten und Erstellen eines Vertrauensbereichs für das CFD Ergebnis.

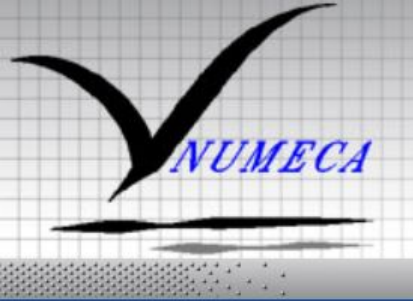


Implementierung Fortpflanzung der Unsicherheiten (1)

- Mathematische und algorithmische Methoden werden angewendet um die Wirkung stochastischer Eingabedaten oder Modellparameter auf die Lösung der partiellen Differentialgleichungen abzubilden
- Die *Polynomial Chaos Method (PCM)* scheint sich als eine geeignete Methode zu erweisen (*Wiener, 1938*).
- Die zufällige Verteilung von Strömungs- und Geometrie Größen wird dabei durch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (*pdf*) für jede Variable an jedem Punkt und zu jeder Zeit ausgedrückt.
- Alle Zufallsgrößen $u = u(\vec{x}, t, \xi_1, \dots, \xi_n)$ werden ausgedrückt durch

$$u(x, t, \vec{\xi}) = \sum_{k=0}^P u_k(x, t) \Psi_k(\vec{\xi})$$

wobei $\Psi_k(\xi)$ orthogonale Polynome darstellen, die wiederum Typen von Zufallsvariablen entsprechen.

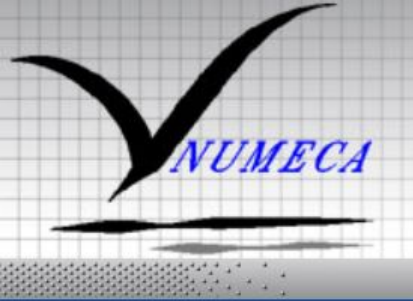


Implementierung

Methoden der Implementierung der PCM

Zwei Methoden sind verfügbar:

1. Intrusive PCM (I-PCM)
2. Non – Intrusive PCM (NI-PCM)

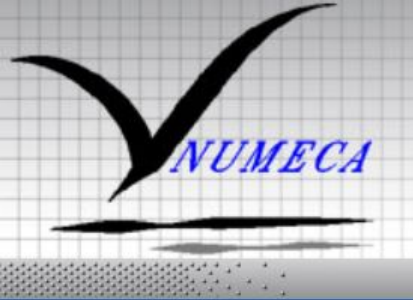


Implementierung

Implementierung in FINE™/Turbo (I-PCM)

Intrusive PCM (I-PCM) ist als neue Funktionalität im blockstrukturierten Strömungslöser FINE™/Turbo implementiert.

- Bei der intrusiven Methode wird jede Strömungsvariable durch eine Polynomial Chaos Reihe (Expansion) ausgedrückt.
- Diese Reihen werden zusätzlich zu den Strömungsvariablen in die partiellen Differentialgleichungen des Strömungslösers eingeführt.
- Die Lösung enthält dann einen Satz gekoppelter Gleichungen für die PCM-Koeffizienten die numerisch integriert werden können.
- Diese Art der Implementierung ist intrusiv, da sie weitgehende Modifikationen des deterministischen Strömungslösers verlangt.

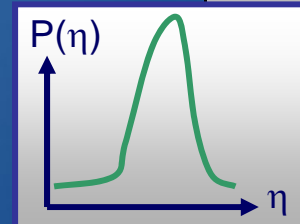
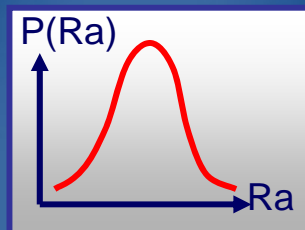
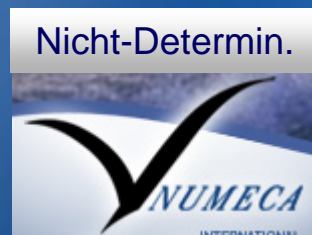


Implementierung

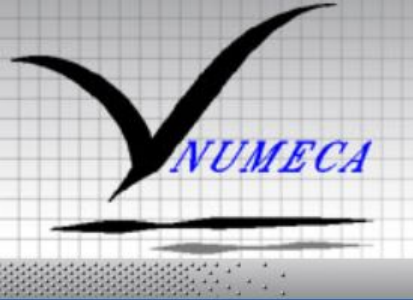
Implementierung in FINE™/Turbo (I-PCM)

I-PCM im block-strukturierten Strömungslöser FINE™/Turbo

- Nicht-deterministische CFD Simulation ähnlich wie bisher in FINE™/Turbo, aber mit einer Vorgabe von pdf's als Randbedingung.
- Analyse aller relevanten statistischen Parameter (Mittelwert, Median, Standardabweichung, pdf) für die vorgegebenen Auslegungsziele (Wirkungsgrad, Leistungsaufnahme etc. ...).



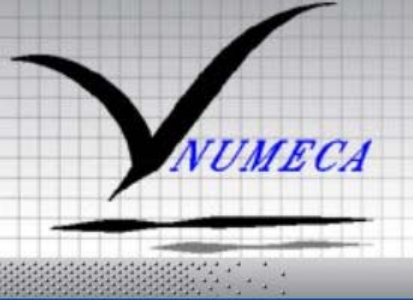
Efficiency η		
Mittelwert	Median	Std. Dev.
85,2%	84.9%	0.65%



Implementierung Implementierung in FINE™/Turbo (NI-PCM)

Non-Intrusive PCM (NI-PCM) in FINE™/Turbo

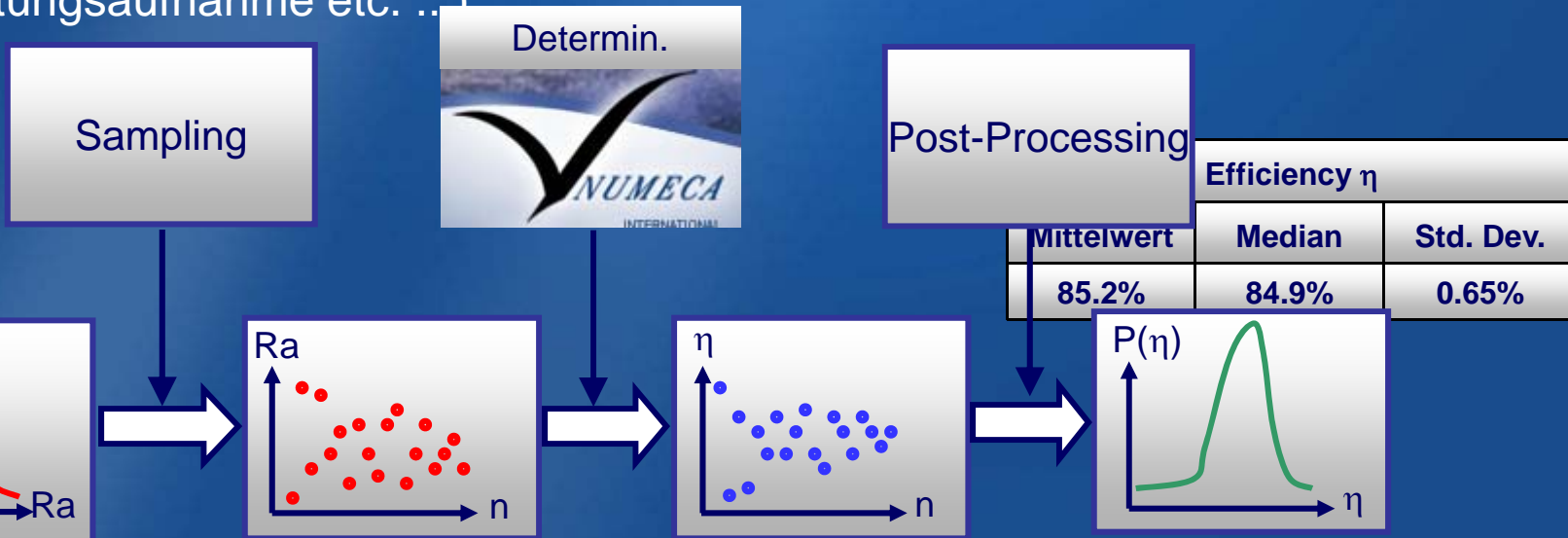
- FINE™/Turbo wird als “black box” betrachtet.
- Der deterministische Strömungslöser errechnet einige stochastisch verteilte Beispiexemplare (stochastischer Raum).
- Die Lösungen werden nach statistischen Methoden ausgewertet, um die relevanten statistischen Größen zu extrahieren. (Probabilistic Collocation Method, Probabilistic Radial Basis Function Approach and Chaos Collocation)
- Die nicht-intrusive Methode verlangt keine inneren Modifikationen des deterministischen Strömungslösers.



Implementierung Implementierung in FINE™/Turbo (NI-PCM)

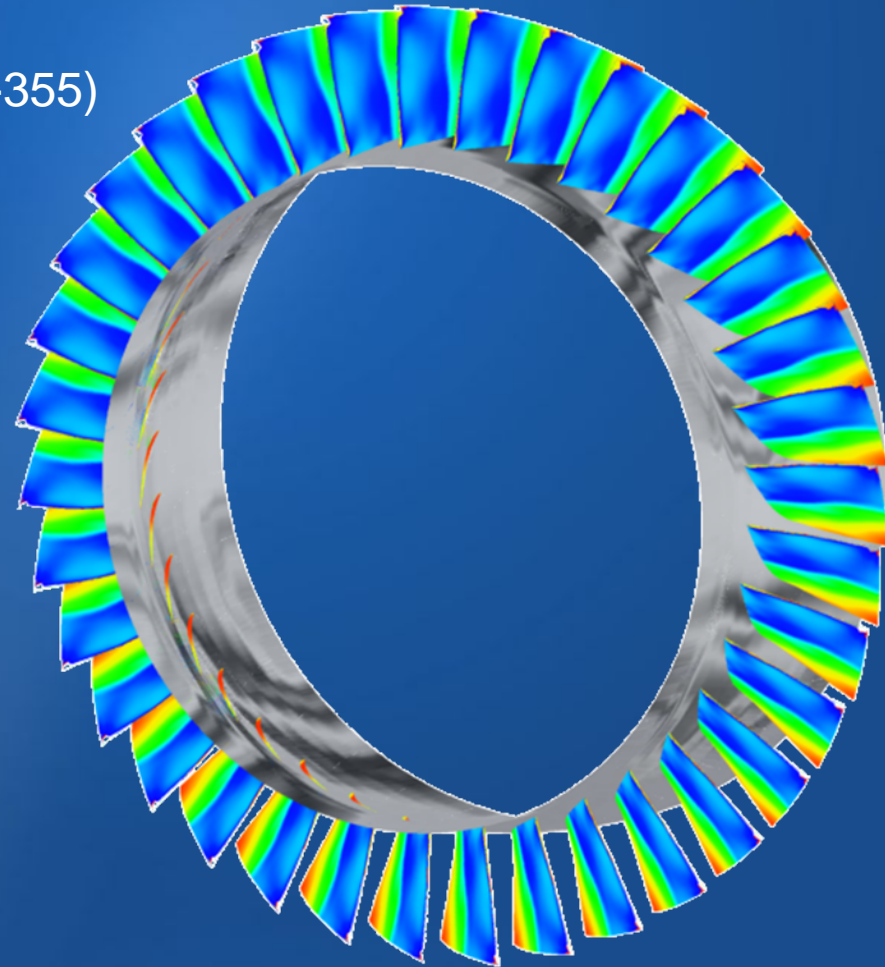
Non-Intrusive PCM (NI-PCM) in FINE™/Turbo

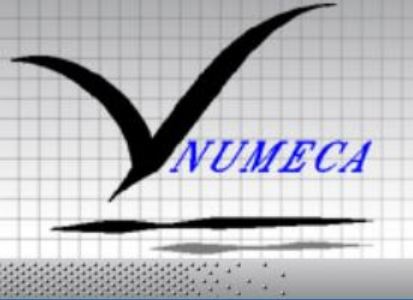
- Probenverteilung (Random, DOE) und deterministische Strömungslösung über die Bandbreite der Unsicherheiten einzelner Werte.
- Auswertung der Ergebnisse nach statistischen Methoden. Abschätzung aller relevanten statistischen Parameter (Mittelwert, Median, Standardabweichung, pdf) für die vorgegebenen Auslegungsziele (Wirkungsgrad, Leistungsaufnahme etc. ...)





- Testfall: NASA Rotor 37 (AGARD AR-355)
- Auswahl von zwei Konfigurationen:
 1. Quasi 2D – Unsicherheit:
 - ✓ Statischer Druck am Austritt p_2
 2. 3D – Unsicherheiten:
 - ✓ Statischer Druck am Austritt p_2
 - ✓ Spaltweite
- Code: FINE™/Turbo 8.6
- Turbulenzmodell: Spalart-Allmaras





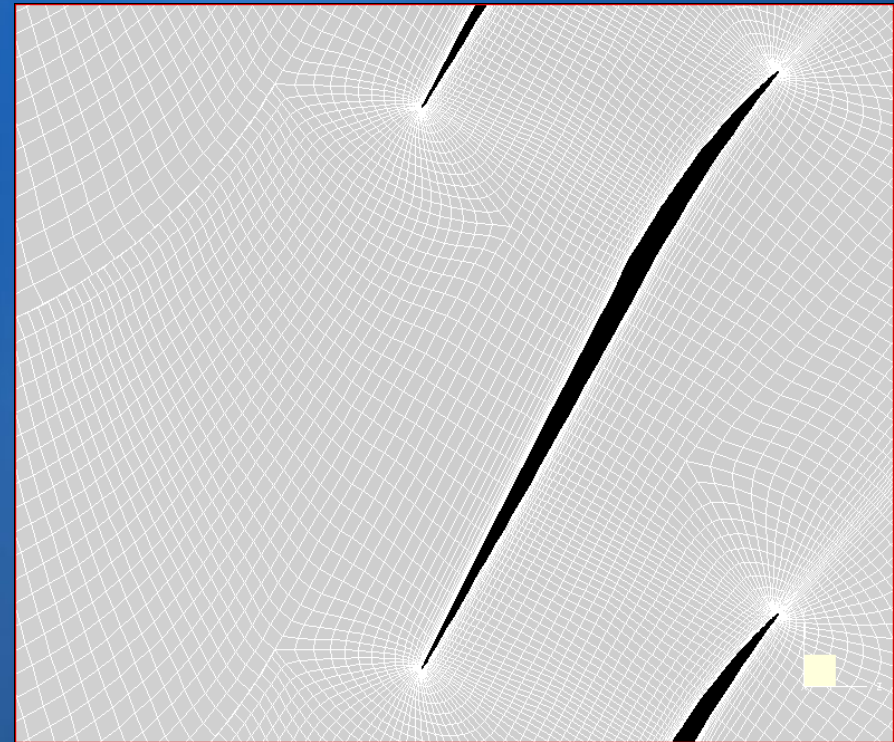
Testfall

NASA Rotor 37: Quasi-2D

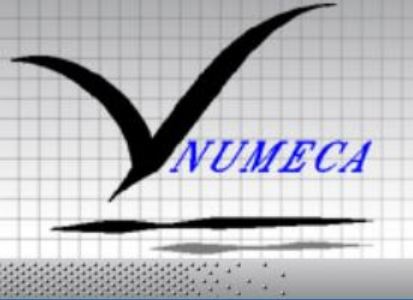
- Netz: ~ 5.200 Punkte, $y^+ \sim 1 \dots 2$
- 2D Konfiguration für schnelle Untersuchungen
- Unsicherheit im statischen Druck:

- $p_2 = 110.000 \text{ Pa}$
- $\sigma(p_2) = 4.400 \text{ Pa}$
- $\text{VarK}(p_2) = 4\%$
- Normalverteilung

- I-PCM: PC-Reihe 2. Ordnung
- NI-PCM: Reihen 2., 3., und 4. Ordnung



b2b-Netz

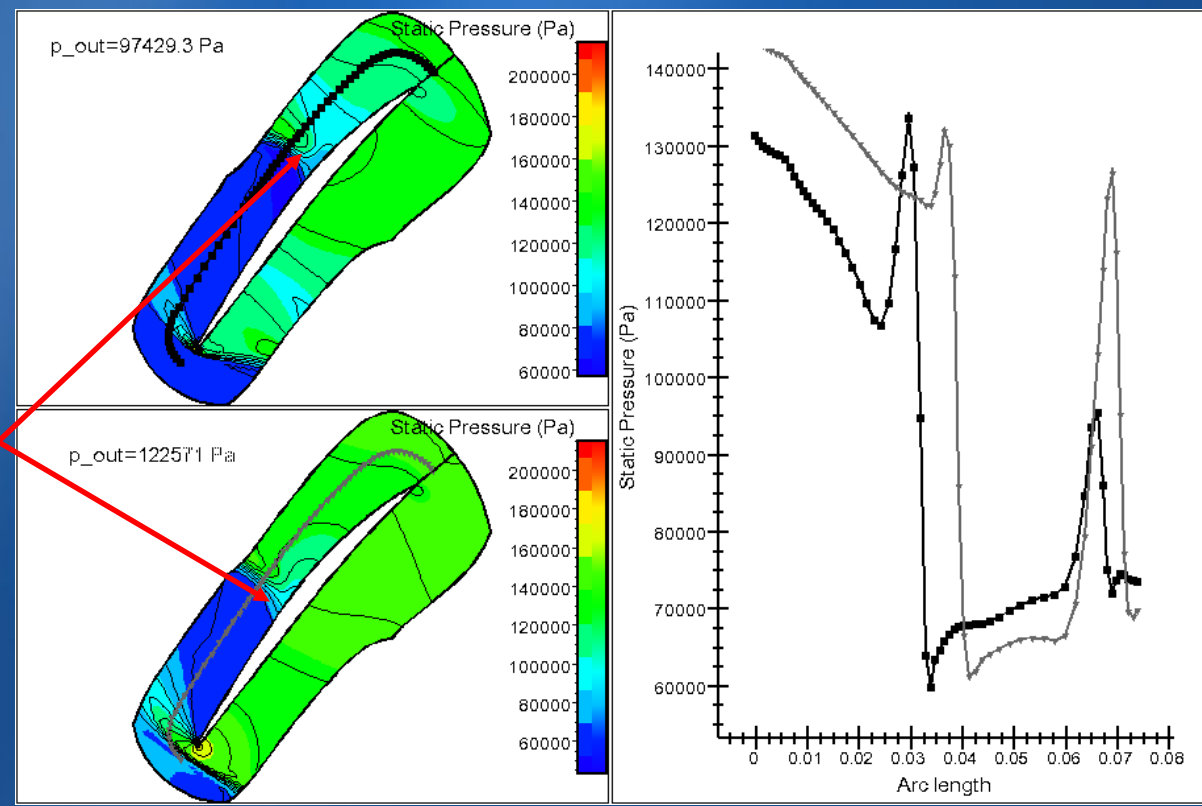


Testfall

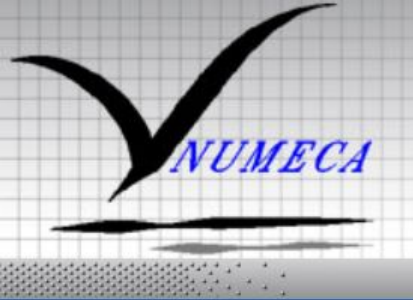
NASA Rotor 37: Quasi-2D

Ergebnisse NI-PCM:

Druckfeld und Verschiebung
der Stoß-Lage:
NI-PCM Lösung 4. Ordnung



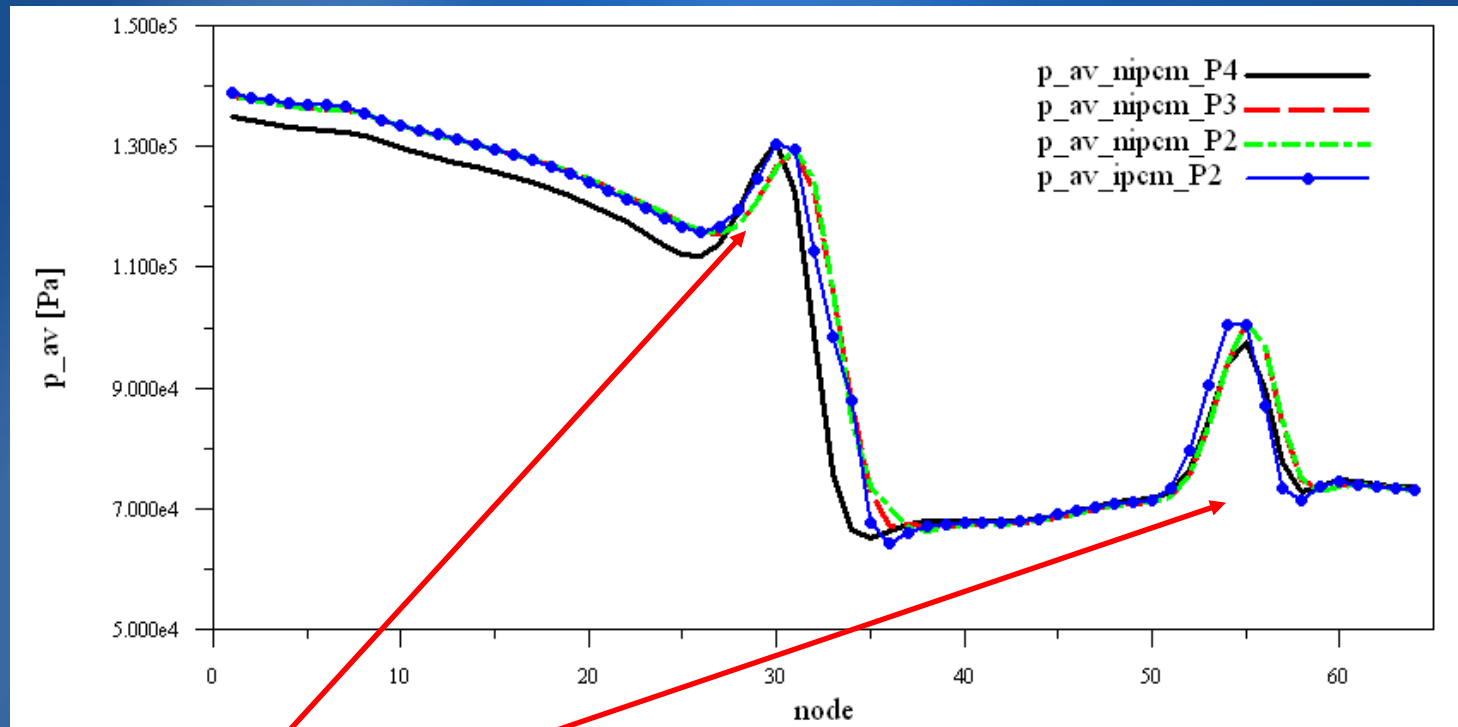
www.numeca.de



Testfall

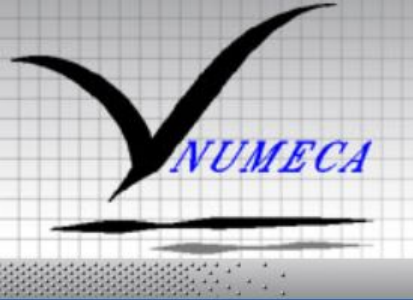
NASA Rotor 37: Quasi-2D

Vergleich: NI-PCM & I-PCM



Mittlerer statischer Druck

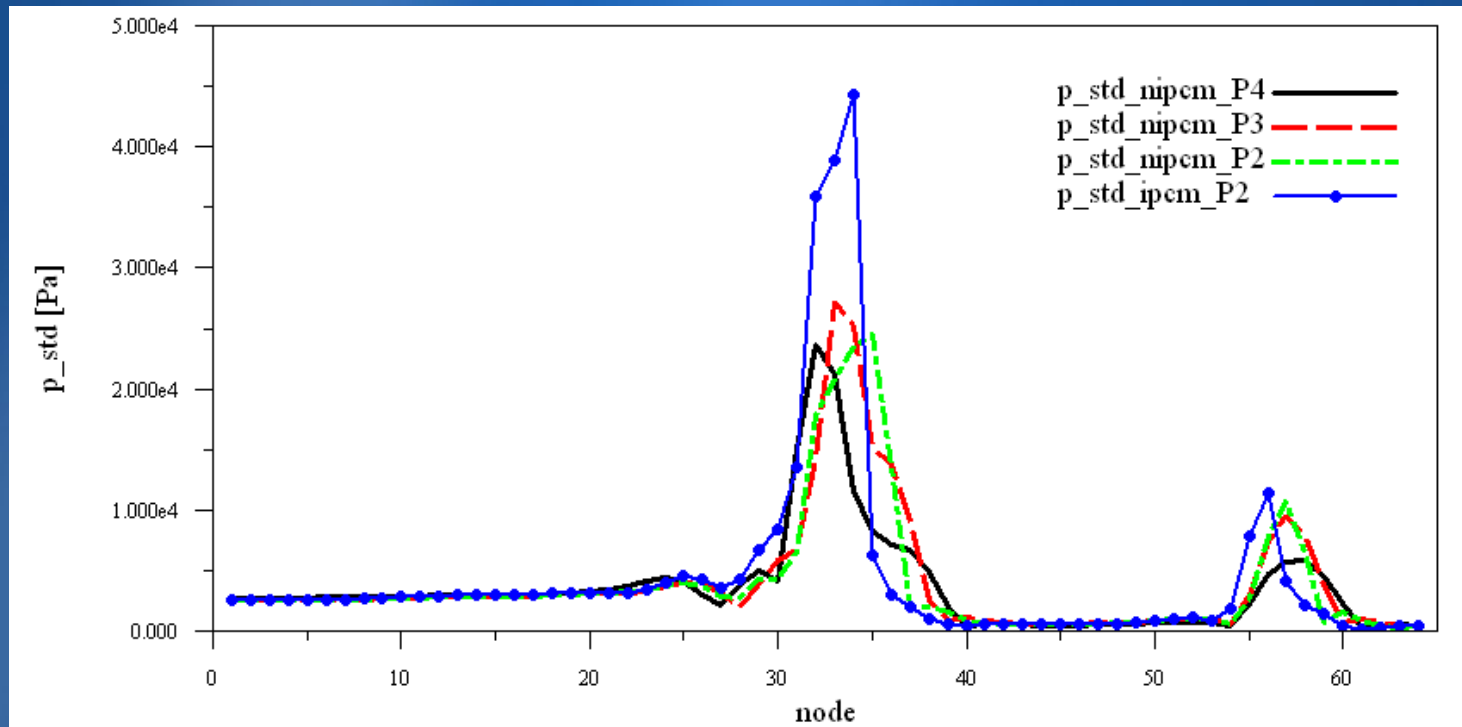
- Zellen 30 und 55 entsprechen den Stoß-Lagen
- Gute Übereinstimmung im mittleren statischen Druck



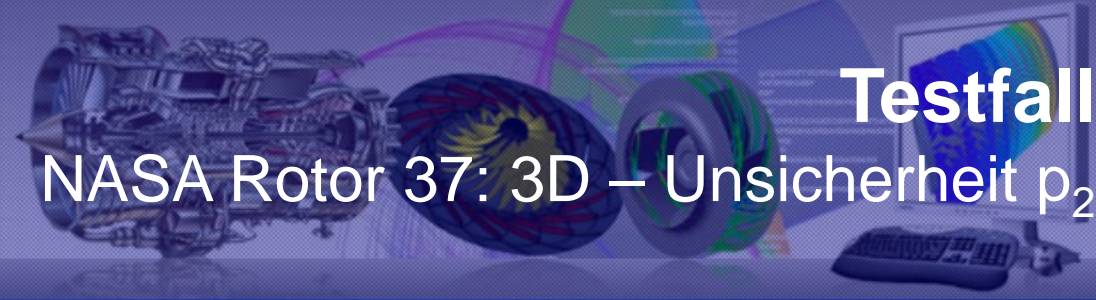
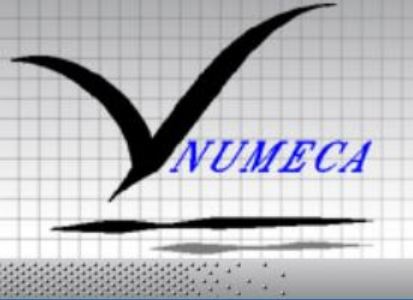
Testfall NASA Rotor 37: Quasi-2D

Vergleich: NI-PCM & I-PCM

Standardabweichung
statischer Druck



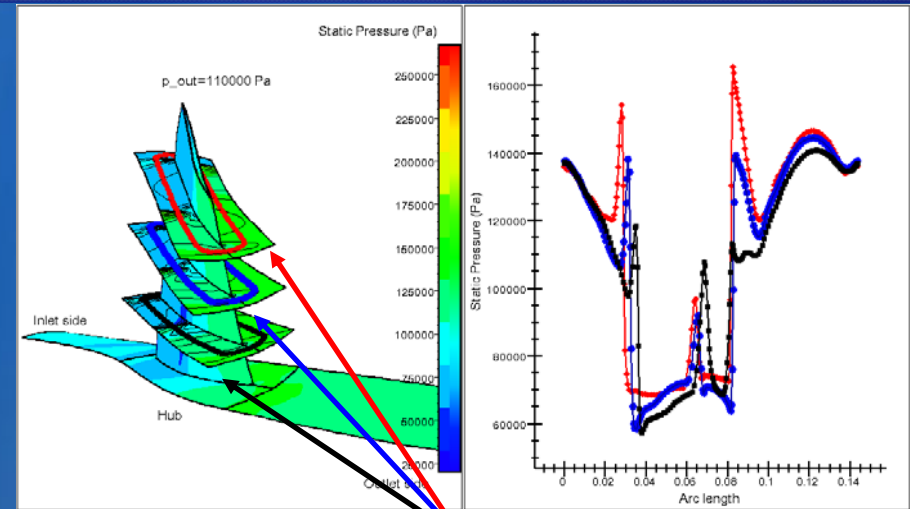
➤ Verschiebung der Stoß-Lage ist die Ursache für Abweichungen in der Standardabweichung.



Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit p_2

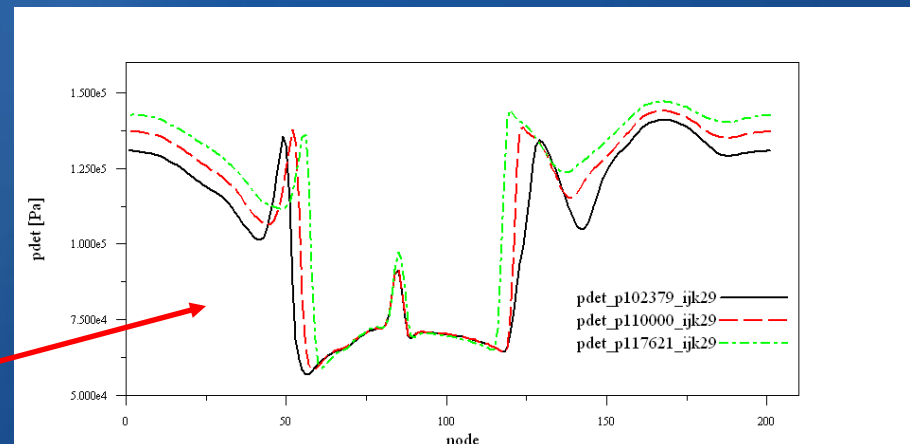
- Netz: ~600.000 Punkte, $y^+ \sim 1 \dots 2$
- Unsicherheit im statischen Druck:

- $p_2 = 110.000 \text{ Pa}$
- $\sigma(p_2) = 4.400 \text{ Pa}$
- $\text{VarK}(p_2) = 4\%$
- Normalverteilung

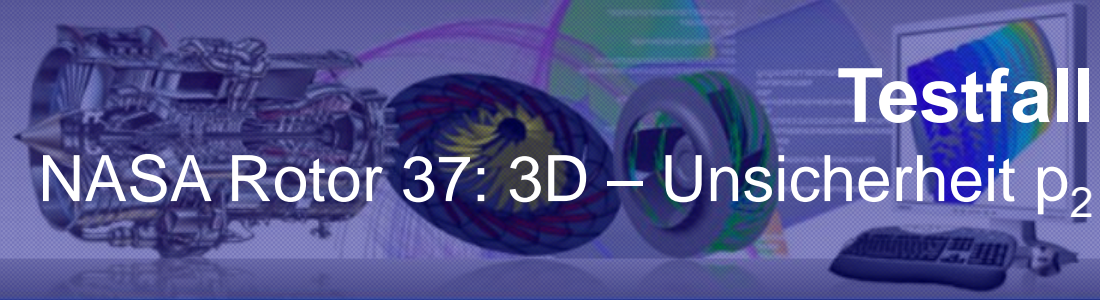
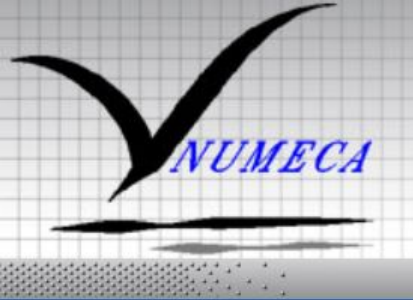


Druckverlauf auf 3 b2b Ebenen

- I-PCM: PC-Reihe 2. Ordnung
- NI-PCM: Reihen 2. Ordnung



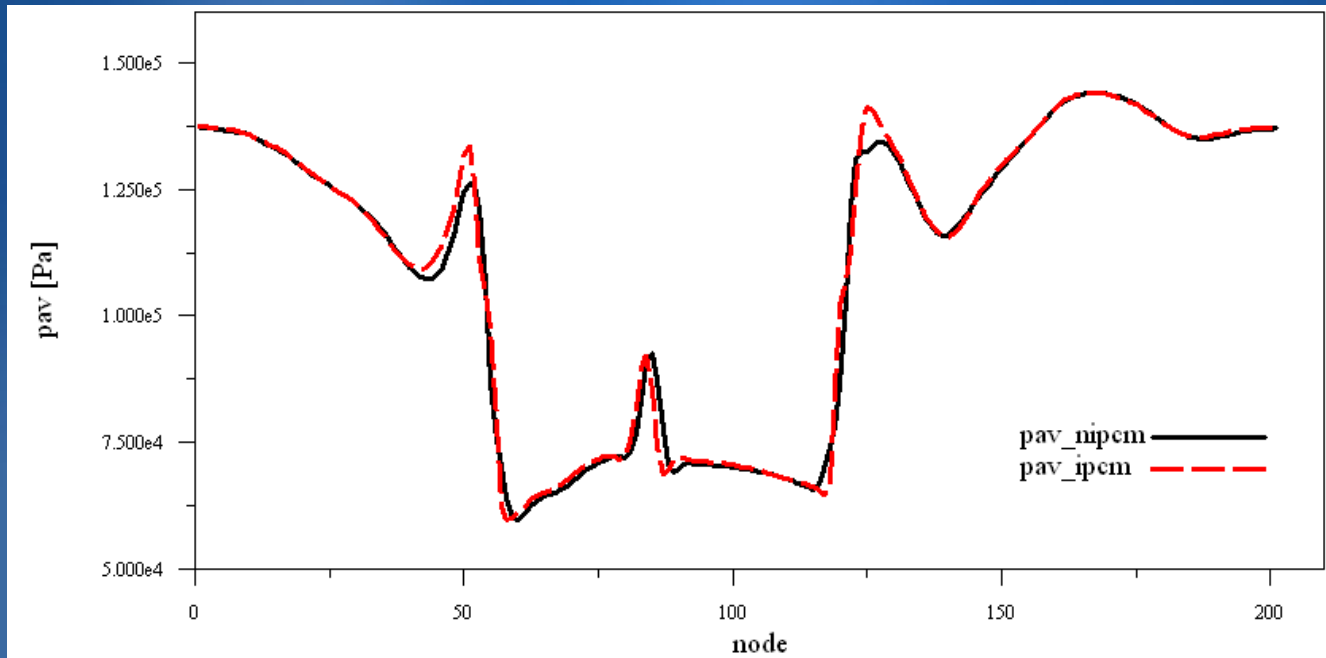
3 deterministische Simulationen



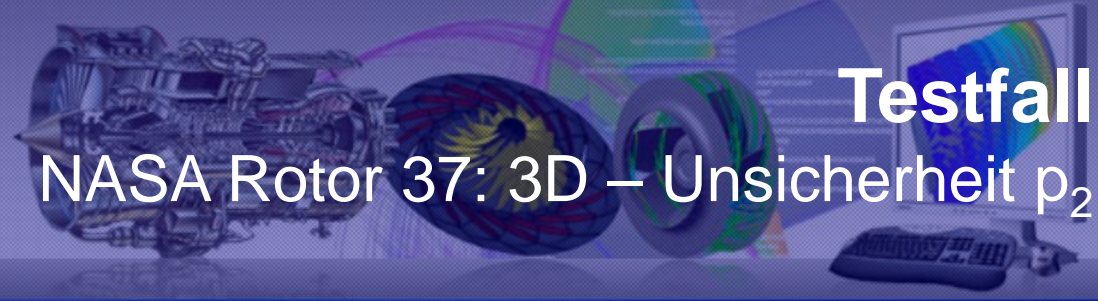
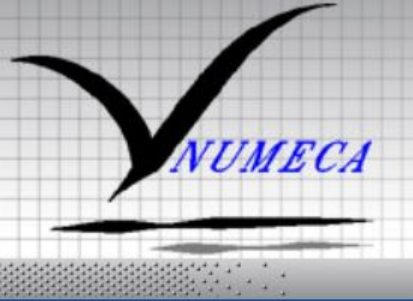
Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit p_2

Vergleich: NI-PCM & I-PCM

Mittlerer statischer
Druck



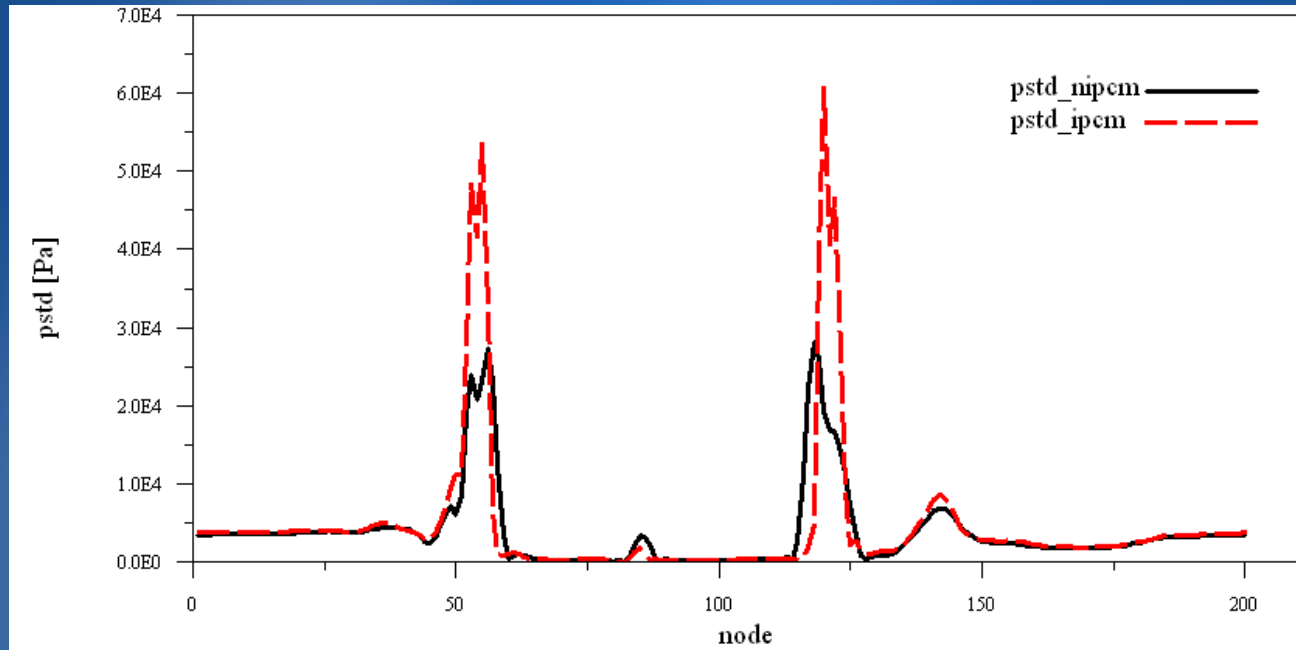
➤ Gute Übereinstimmung im mittleren statischen Druck



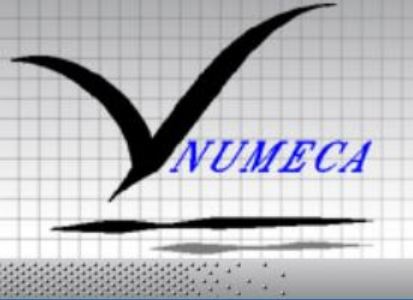
Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit p_2

Vergleich: NI-PCM & I-PCM

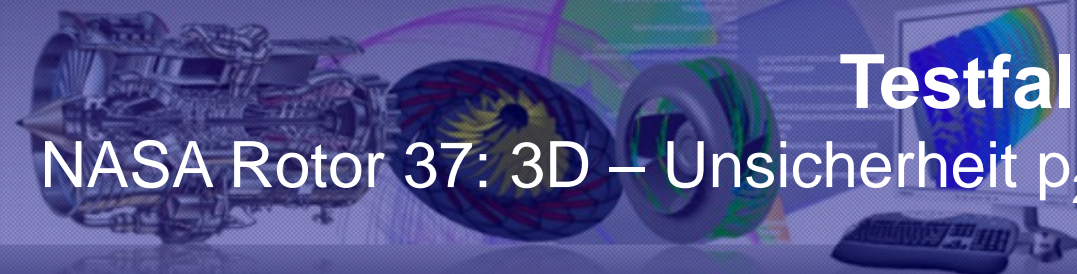
Standardabweichung
statischer Druck



➤ Unterschiede in der Standardabweichungen an den Stoßlagen



Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit p_2

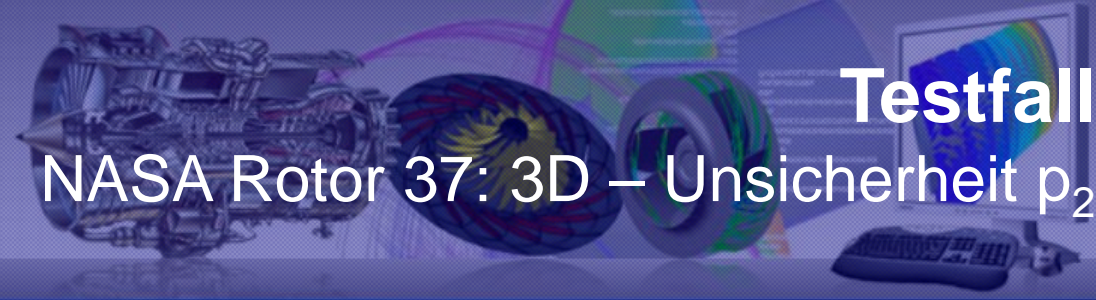
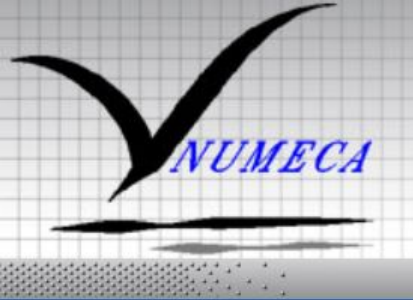


- Non-deterministische Kennlinie
- Unsicherheit im statischen Druck:

- $p_2 = 99215 \dots 124.027 \text{ Pa}$
- $\text{VarK}(p_2) = 4\%$
- Normalverteilung

Running point	Static outlet pressure [Pa]
1	99215
2	110000
3	114074
4	119035
5	121033
6	123008
7	124027

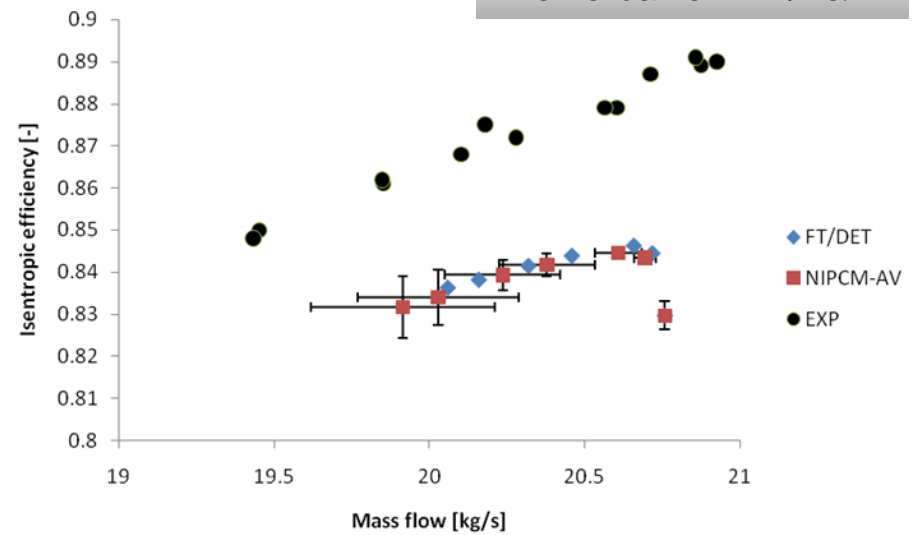
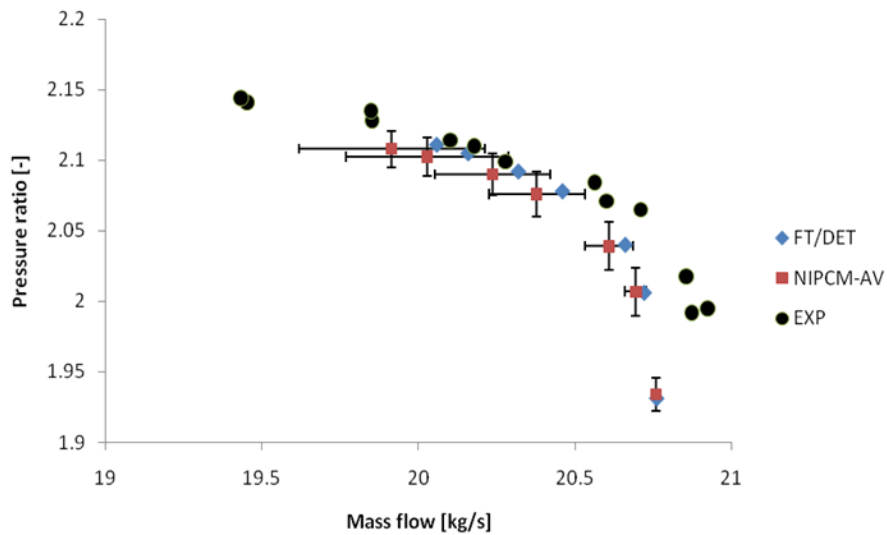
- I-PCM: 2. Ordnung, Betriebspunkte 1...4
- NI-PCM: 2. Ordnung, Betriebspunkte 1...7



Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit p_2

➤ Non-deterministische Kennlinie 2. Ordnung NI-PCM

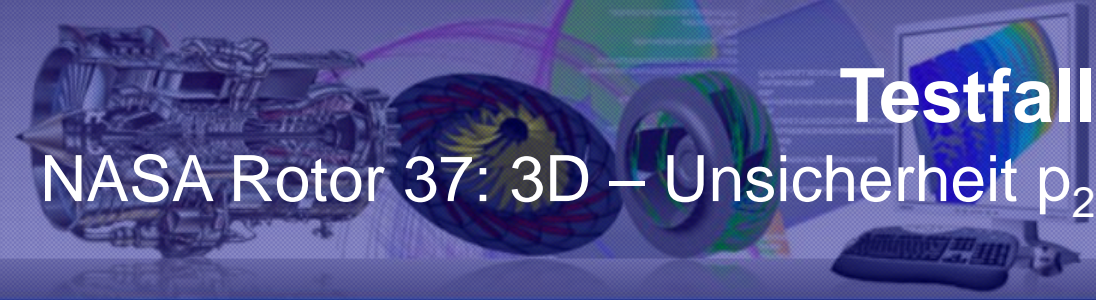
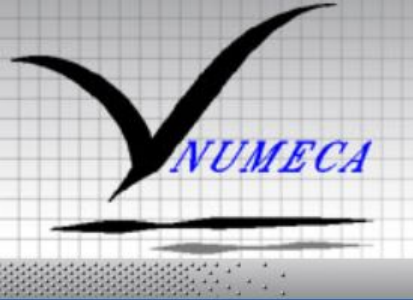
Fehlerbalken = $\pm \sigma/2$



Druckverhältnis

Wirkungsgrad

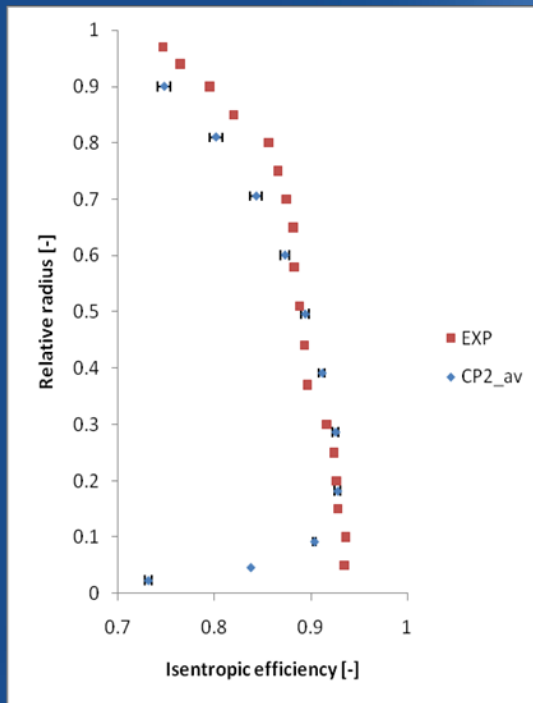
Auswirkung von Unsicherheiten steigen zur Pumpgrenze hin an!



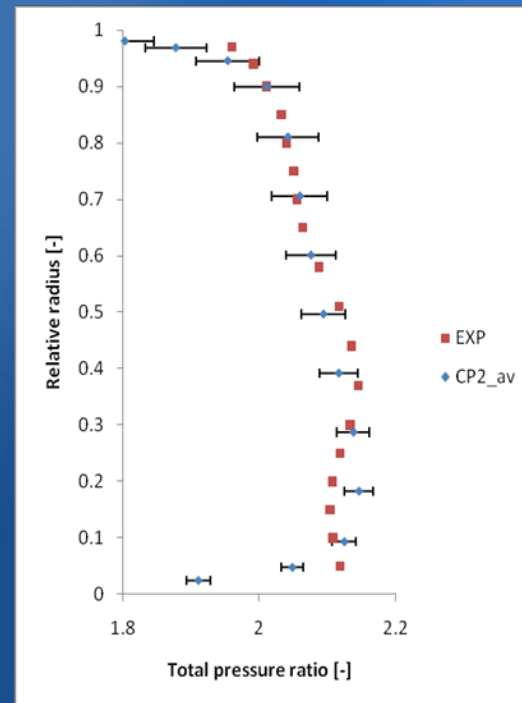
Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit p_2

➤ Radiale Verteilungen (98% Sperrmassenstrom, $p_2=117.500$ Pa)

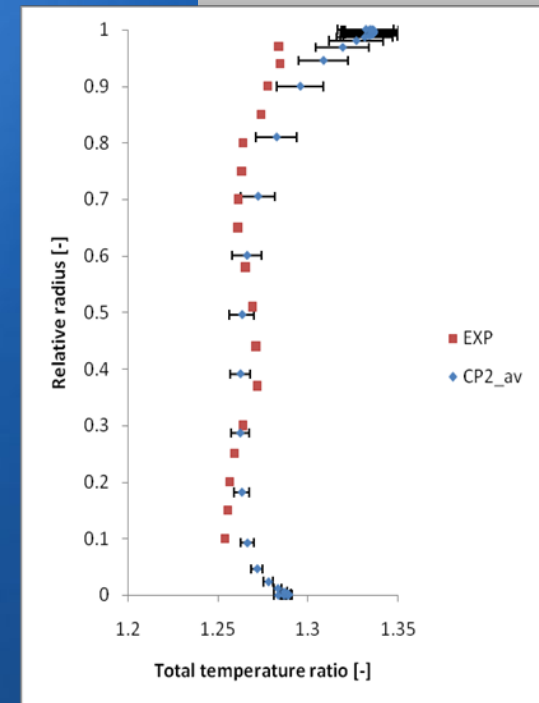
Fehlerbalken = $\pm \sigma$



Wirkungsgrad

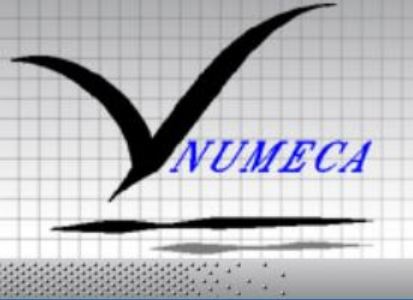


Druckverhältnis



Temperaturverhältnis

Auswirkung von Unsicherheiten steigen zum Gehäuse hin an!



NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit Spaltweite



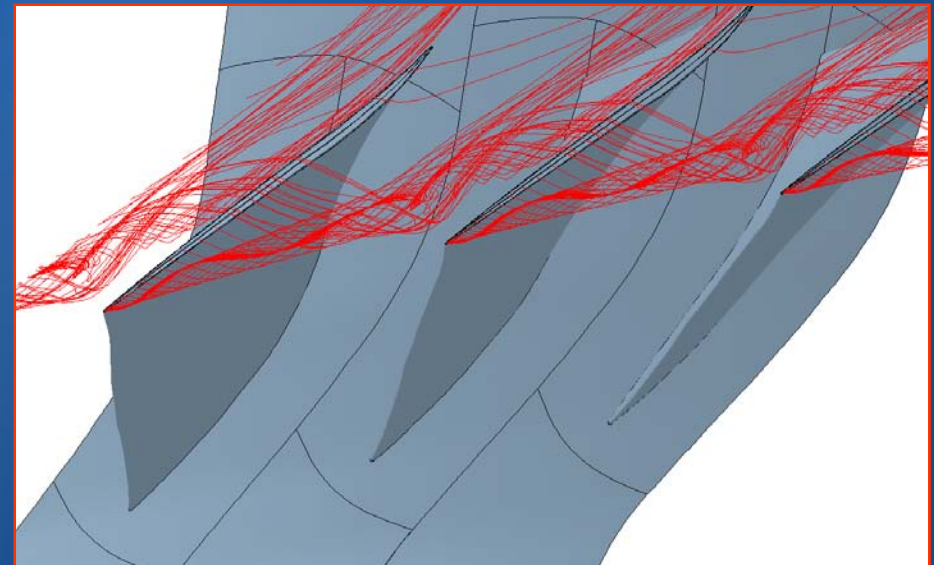
- Netz: ~680.000 Punkte,
- 37 Punkte radial im Spalt

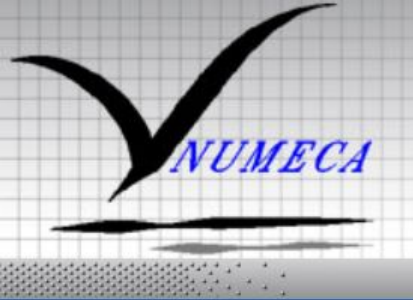


- Unsicherheit im Radialspalt

- Δr = 0.356 mm
- Variation = $[0.5\Delta r; 1.5\Delta r]$
- Verteilung = β -pdf

- NI-PCM: Reihen 2. Ordnung

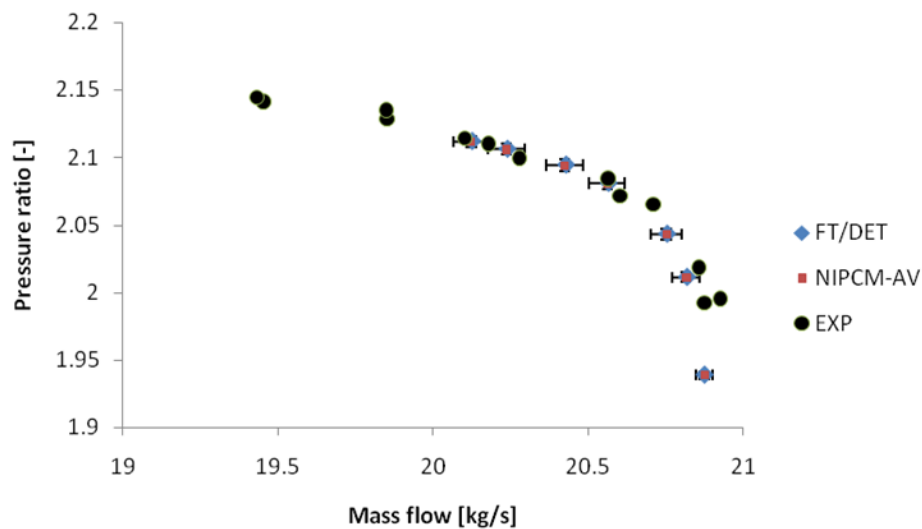




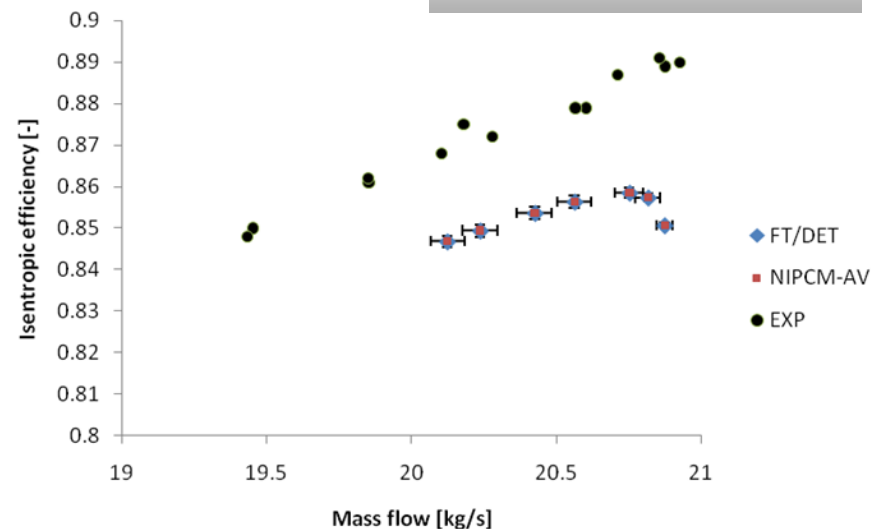
Testfall NASA Rotor 37: 3D – Unsicherheit Spaltweite

➤ Non-deterministische Kennlinie 2. Ordnung NI-PCM

Fehlerbalken = $\pm \sigma$

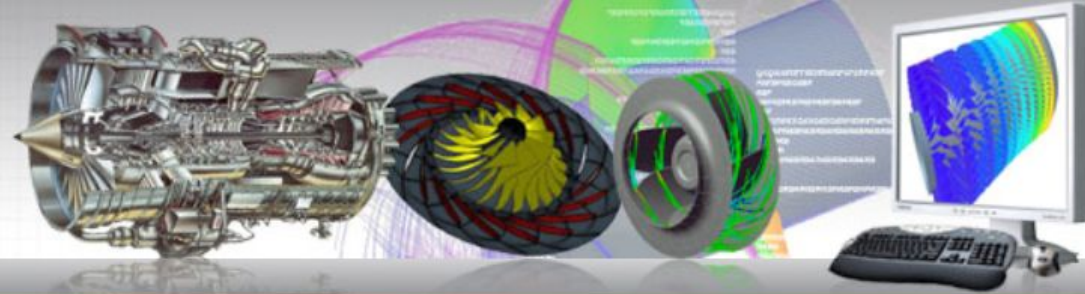


Druckverhältnis



Wirkungsgrad

Auswirkung von Unsicherheiten steigen zur Pumpgrenze hin an!



NUMECA International User Conference

17. – 18. November 2009, Brüssel

Vielen Dank!

www.numeca.de

NUMECA, a New Wave in Fluid Dynamics