



# Produkt-Regeneration

Regeneration komplexer Investitionsgüter

## Sonderforschungsbereich 871

Regeneration komplexer Investitionsgüter

### Teilprojekt B4

Schwingungs- und Festigkeitsverhalten von Bauteilen mit regenerationsbedingten Geometrie- und Materialimperfectionen

### Vortrag auf dem 5. Dresdner-Probabilistik-Workshop

Stochastische Untersuchungen regenerationsbedingter Imperfectionen einer Turbinenschaufel:

Modellierung des deterministischen Modells zur effizienten Berechnung des Schwingungs- und Festigkeitsverhaltens

**Vorstandssprecher**

Prof. Dr.-Ing. J. Seume

**Teilprojektleiter**

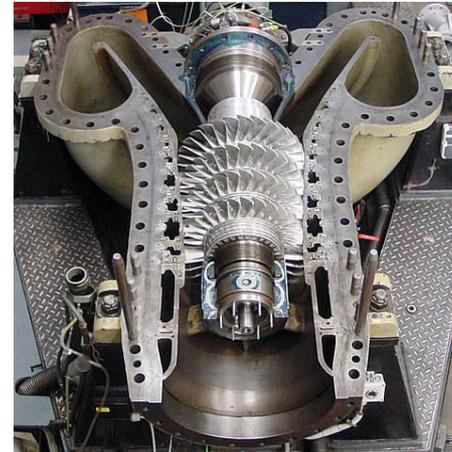
Prof. Dr.-Ing. habil. R. Rolfes

**Teilprojektbearbeiter**

Dipl.-Ing. T. Rogge

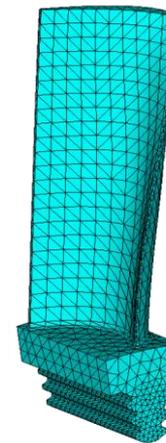
# Gliederung

- **Gliederung**
- **Aufgabenstellung**
  - Herausforderungen
  - Lösungsweg
- **Belastungsansätze**
  - Betriebsverlauf
  - Gastemperatur
  - Gasdruck
- **Berechnungsansätze**
  - Materialmodelle
  - Anfahrtdynamik
  - Betriebsfestigkeit
- **Ergebnisse**
  - Schwingungsverhalten
  - Festigkeitsverhalten
- **Ausblick**



Versuchsluftturbine [TFD-LUH]

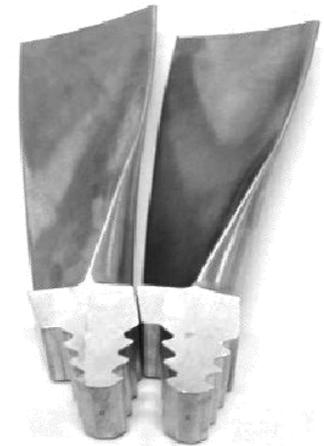
Modellbildung zur  
Methodenentwicklung



FE-Modell



CAD-Modell



Laufschaufeln [TFD-LUH]

## Herausforderungen

➤ Die grundsätzliche Herausforderung besteht darin, das deterministische Modell hinsichtlich **stochastischer Untersuchungen** rechenbar zu machen

➤ Zu bewältigen sind gekoppelte und interagierende **Einzelherausforderungen**:

- Verknüpfung der Fachdisziplinen der Dynamik und Festigkeitslehre
- Große Anzahl von 50 Eingangsparametern (Betriebsdaten, Material)

• Unterschiedliche Einwirkungen

- Quasistatische Fliehkraft
- Transiente Gastemperatur
- Periodischer Gasdruck

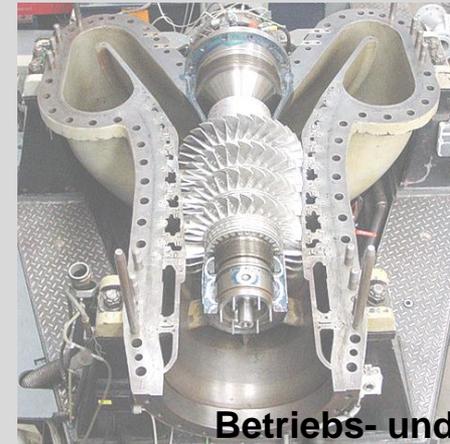
• Höherdimensionales Problem

- Ort
- Zeit
- Temperatur

• Hochgradig nichtlineares Problem

- Material
- Randbedingungen
- Berechnung

• Zeit- und speicheraufwendige Berechnung



**Betriebs- und Vollastdaten**  
der 5. Stufe:

- 29 Leitschaufeln
- 30 Laufschaufeln
- $n_{\max} = 7500$  1/min
- $\theta_{\max} = 332$  K
- $p_{\text{stat,max}} = 120$  kPA

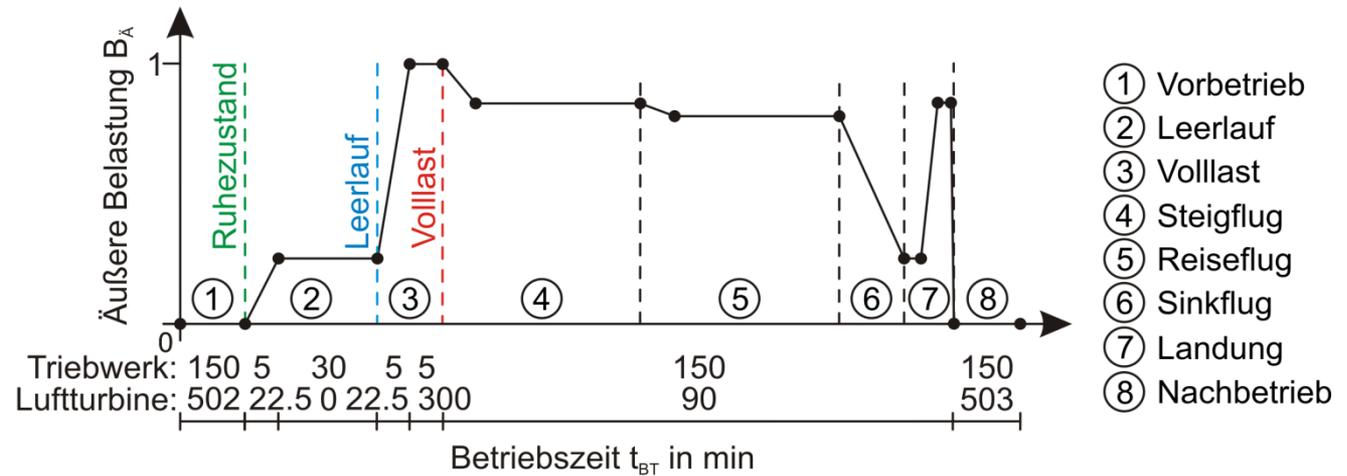
## Lösungsweg

- **Vereinfachung** der Aufgabenstellung auf die wesentlichen Einflussgrößen und Phänomene
- Die entwickelte **Berechnungsstruktur** ermöglicht einen realisierbaren Berechnungsaufwand bei einer hohen Ergebnisqualität
- Es sind effiziente **Ansätze** angewandt, entwickelt und kombiniert worden:
  - Verwaltung der Eingangsparameter über eine geschickte und vollparametrisierte Implementierung
  - Organisation der Einzelberechnungen über BOOLE'sche Operatoren und Variablen
  - Schwache Kopplung der thermischen und mechanischen Freiheitsgrade
  - Vereinfachung des Betriebsverlaufs auf einen **belastungsrelevanten Berechnungsgrundzyklus**
  - Reduzierung der zeitabhängigen Einwirkungen auf **quasistatische Belastungsansätze**
  - **Vereinfachung der materiellen Nichtlinearitäten** auf ein problemangepasstes, robustes und stabiles Niveau
  - **Überlagerungsansatz** zur Berechnung der Antwortgrößen der instationären Anfahrtdynamik
  - **Semianalytische Berechnung** der relevanten Beanspruchungsgrößen der Betriebsfestigkeit

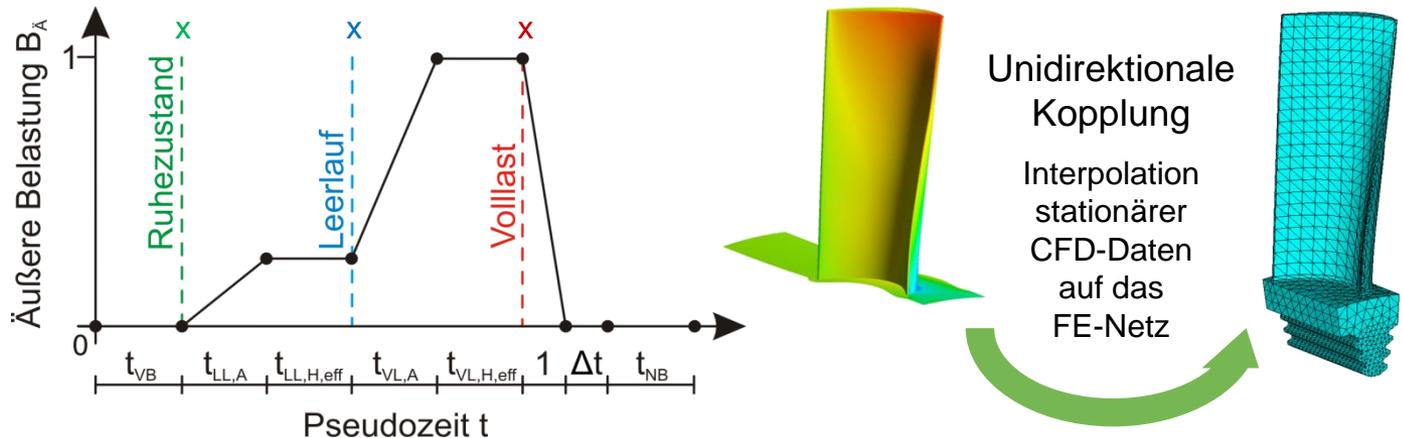
# Betriebsverlauf

- Der komplexe Betriebsverlauf einer Turbine kann auf einen belastungsrelevanten Berechnungsgrundzyklus vereinfacht werden
- Zudem werden die zeitabhängigen Einwirkungen auf quasistatische Belastungsansätze reduziert

## Grundzyklus des realen Betriebsverlaufs



## Belastungsrelevanter Berechnungsgrundzyklus unter quasistatischer Belastung



# Gastemperatur

- Anhand der Nusselt-Korrelation nach GNIELINSKI und dem PETUKHOV-Ansatz zur Reibungsfaktorbeschreibung wird der Wärmeübergangskoeffizient genähert
- Die Gastemperatur wird über Wärmekonvektion übertragen und verteilt sich über Wärmeleitung zu einer quasistatischen Strukturtemperatur

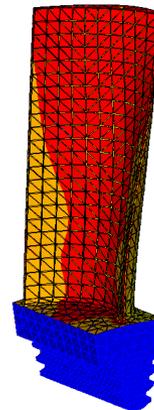
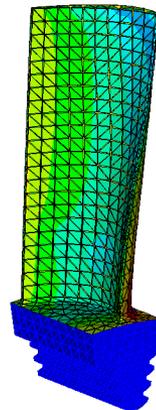
Näherung der komplexen Funktion des lokalen Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha = f(\text{Geometrie}, \theta, v, \rho, \lambda, C, \nu, \eta)$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \frac{\left(\frac{\xi}{8}\right) \cdot (Re - 1000) \cdot Pr}{1 + 12.7 \cdot \left(\frac{\xi}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)} \quad \text{für } 3000 \lesssim Re \lesssim 5 \cdot 10^6 \wedge 0.50 \lesssim Pr \lesssim 2000$$

$$\text{mit } \xi = (0.790 \cdot \ln(Re) - 1.64)^{-2}$$

Quasistatische Reduktion über eine schwach gekoppelte thermische Berechnung

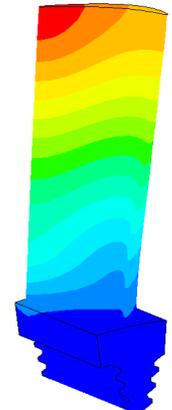


Wärmeübergangskoeffizient und Gastemperatur

Schwach  
gekoppelte  
thermische  
Berechnung



Trennung der  
mechanischen  
und thermischen  
Freiheitsgrade

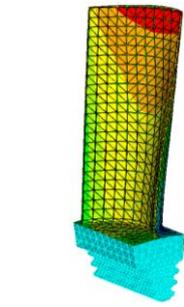
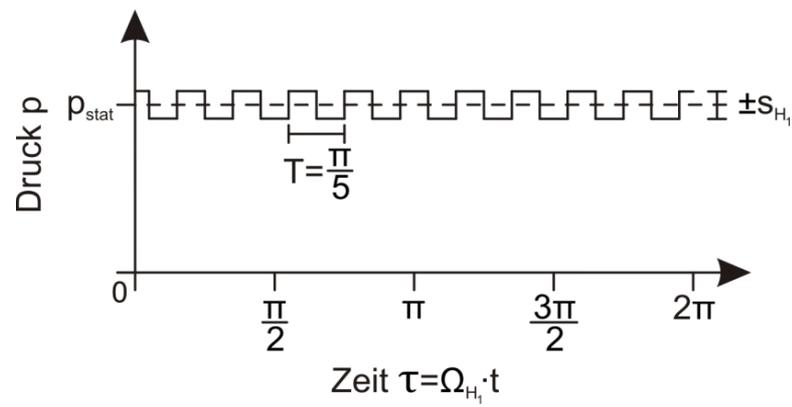


Strukturtemperatur

# Gasdruck

- Infolge der Anströmung des rotierenden Systems über das vorgeschaltete Leitschaufelgitter entsteht eine periodische Anregung durch höhere Harmonische
- Verwendung eines linearen Schwingungsansatz nach TRAUPEL und quasi-statische Formulierung des dynamischen Gasdruckanteils

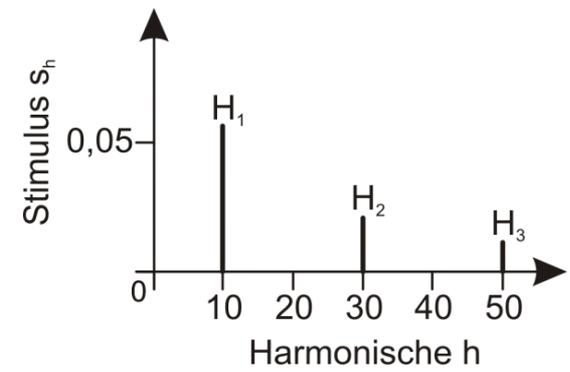
Charakteristischer Zeitverlauf und Spektrum der Erregerkraft für 10 Leitschaufeln



Statischer Gasdruckanteil



Dynamischer Gasdruckanteil



$$\begin{aligned}
 p(t) &= p_{stat} + p_{dyn}(t) \\
 &= p_{stat} + \sum_{h=1}^{\infty} p_h \cdot \cos(\Omega_h \cdot t + \varphi_h) \\
 &= p_{stat} + s_{H_1} \cdot p_{stat} \cdot \cos(H_1 \cdot \Omega_0 \cdot t)
 \end{aligned}$$

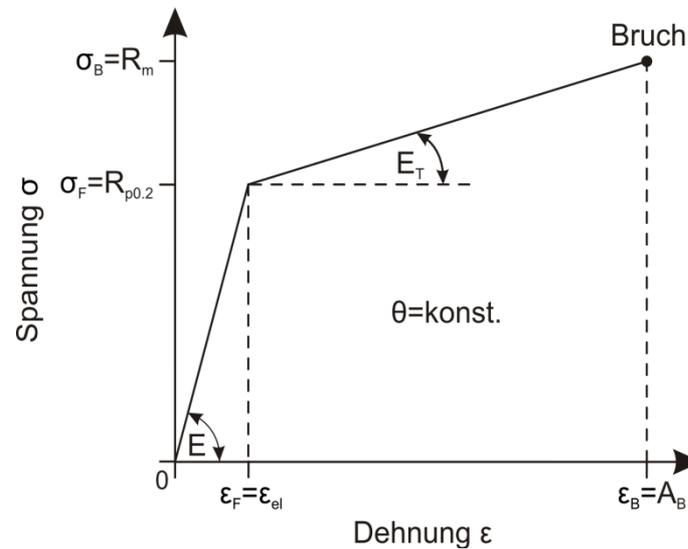
Quasistatische Reduktion mittels lokaler Vergrößerungsfunktion

$$\check{p} = p_{stat} + p_{dyn}(t) = p_{stat} + |V| \cdot p_{stat} = p_{stat} + \left| \frac{\hat{u}}{u_{stat}} \right| \cdot p_{stat}$$

# Materialmodelle

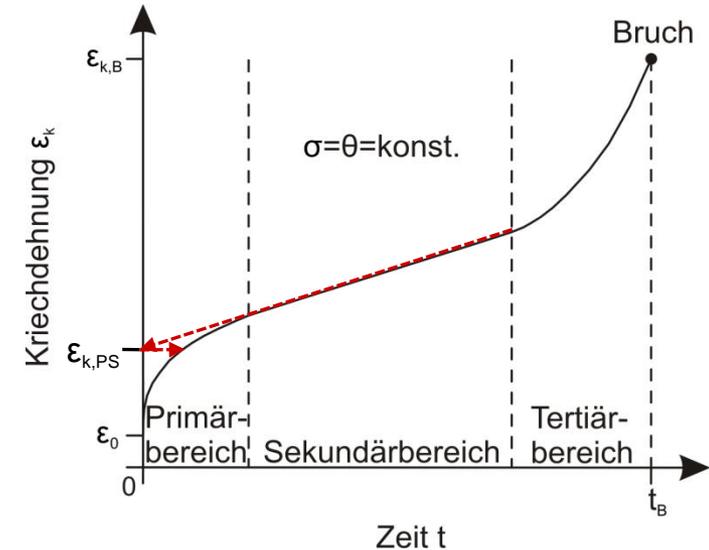
- Implementierung eines elastisch-plastischen Materialgesetzes nach PRAGER und eines Kriechgesetzes basierend auf der NORTON-BALEY-Gleichung
- Reduzierung des Kriechgesetzes auf ein konservatives, zeitlineares Verhalten zur Abdeckung des Primär- und Sekundärkriechbereichs

Elastisch-plastisches Materialgesetz



$$E_T = \frac{\sigma_B - \sigma_F}{\varepsilon_B - \frac{\sigma_F}{E}}$$

Kriechgesetz



$$\varepsilon_k(\sigma, t, \theta) = \varepsilon_{k,P}(\sigma, t, \theta) + \varepsilon_{k,S}(\sigma, t, \theta)$$

$$\varepsilon_k = A_P \cdot \sigma^{n_P} \cdot t^{m_P} \cdot e^{-\frac{Q_P}{R \cdot \theta}} + A_S \cdot \sigma^{n_S} \cdot t \cdot e^{-\frac{Q_S}{R \cdot \theta}}$$

$$\varepsilon_k = A_{PS} \cdot \sigma^{n_{PS}} \cdot e^{-\frac{Q_{PS}}{R \cdot \theta}} + A_S \cdot \sigma^{n_S} \cdot t \cdot e^{-\frac{Q_S}{R \cdot \theta}}$$

$$\varepsilon_k(\sigma, t, \theta) = \varepsilon_{k,PS}(\sigma, \theta) + \varepsilon_{k,S}(\sigma, t, \theta)$$

# Anfahrtdynamik

- Als Grundlage zur Berechnung der Anfahrtdynamik dient die Frequenzganganalyse mittels modaler Superposition auf Vorspannungsbasis
- Die Auswertung stationärer Betriebspunkte liefert eine konvergente Lösung der instationären dynamischen Antwortgrößen

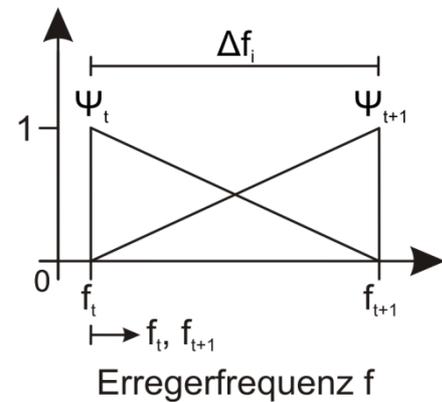
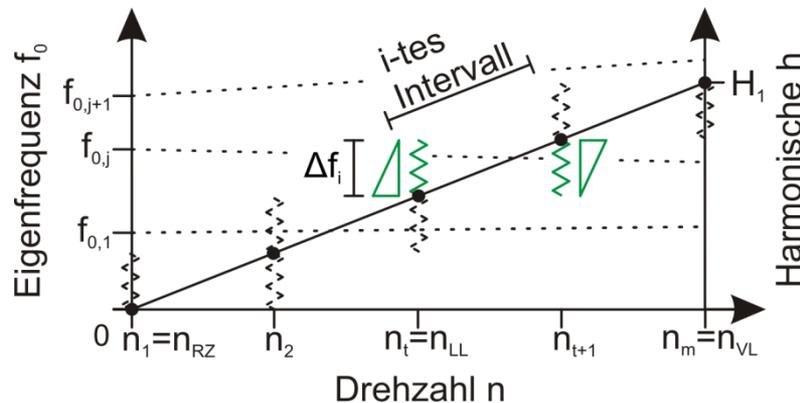
Frequenzganganalyse mittels modaler Superposition auf Vorspannungsbasis

$$T = \frac{1}{f_{0,1}} = 1.07 \cdot 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow \text{sehr aufwendige transiente Berechnung}$$

$$\tilde{t} \approx \frac{2.30}{\vartheta \cdot f_{0,1}} = 0.36 \text{ s} \Rightarrow \text{sehr schnelles Einschwingverhalten}$$

$$[-\Omega^2 \cdot \bar{I} + i \cdot \Omega \cdot \bar{\Phi}^T \cdot \bar{C} \cdot \bar{\Phi} + \bar{\Lambda}^2] \cdot \bar{y}_t = \bar{\Phi}^T \cdot (s_{H_1} \cdot \bar{F}_{MA}) \quad \text{mit} \quad ((\bar{K}_0 + \bar{S}_t) - \lambda_i \cdot \bar{M}) \cdot \bar{\varphi}_i = 0$$

Überlagerungsansatz auf der Grundlage linearer Ansatzfunktionen



$$\eta_i = f_c \vee \hat{u}_c$$

$$\eta_i = \frac{\Psi_t \cdot \eta_t + \Psi_{t+1} \cdot \eta_{t+1}}{\Psi_t + \Psi_{t+1}}$$

$$\text{mit } \Psi_t = 1 - \frac{f_t}{\Delta f_i} \quad \text{und} \quad \Psi_{t+1} = \frac{f_{t+1}}{\Delta f_i}$$

# Betriebsfestigkeit

- Als Grundlage zur Berechnung der Betriebsfestigkeit dient die lineare Schadensakkumulation nach PALMGREN-MINER und ROBINSON
- Die Lebensdauerfunktionen werden durch experimentell und isotherm ermittelte Festigkeitslinien genähert und nach STÜSSI mathematisch formuliert

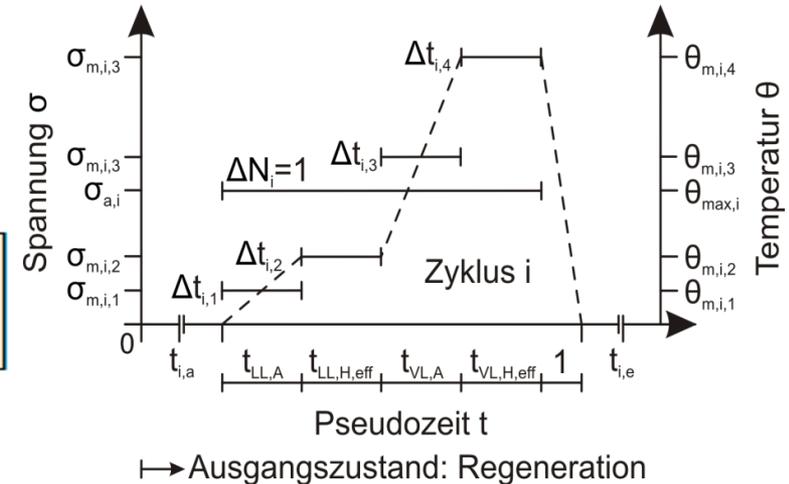
Lineare Schadensakkumulation über das Lastkollektivs anhand der Beanspruchung

$$D = D_{\text{Ermüdung}} + D_{\text{Kriechen}}$$

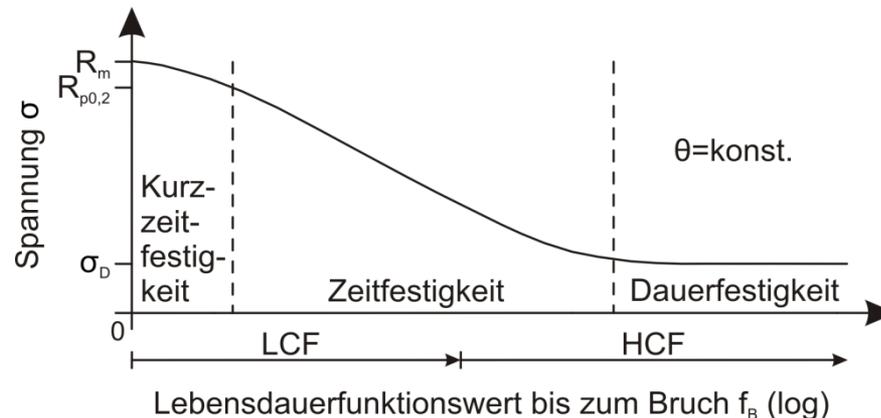
$$= \sum_{i=1}^n \Delta D_{e,i} + \sum_{j=1}^m \Delta D_{k,j}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\Delta N_i}{N_{B,i}(\sigma_i, \theta_i)} + \sum_{j=1}^4 \frac{\Delta t_{i,j}}{t_{B,i,j}(\sigma_{i,j}, \theta_{i,j})} \right]$$

$$\leq 1$$



Verallgemeinerte Darstellung einer Festigkeitslinie zur mathematischen Formulierung

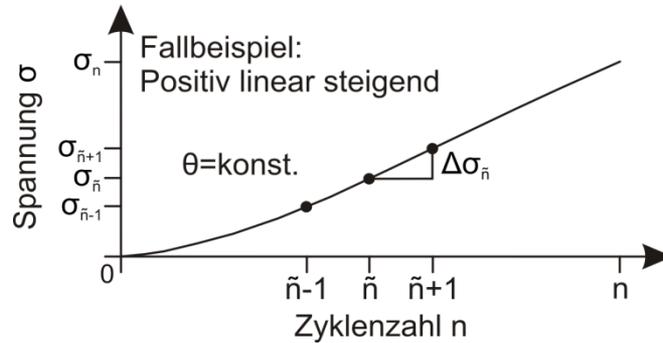


$$\log(f_B) = C_1 + C_2 \cdot \log\left(\frac{\sigma - \sigma_D}{R_m - \sigma}\right)$$

# Betriebsfestigkeit

- Durch ein sich einstellendes quasistabilisiertes zyklisches Systemverhalten können die maßgebenden Spannungen linear prognostiziert werden
- Die Teilschädigungen können damit für die quasistabilisierten Zyklen analytisch berechnet werden

## Spannungsprognostizierung der quasistabilisierten Zyklen



$$\sigma_i = \sigma_{NM,i} \quad \text{für } n_i \leq \tilde{n}$$

$$\sigma_i = \sigma_{\tilde{n}} + (n_i - \tilde{n}) \cdot \Delta \sigma_{\tilde{n}} \quad \text{für } n_i > \tilde{n}$$

Analoge Berechnung von  $\sigma_{i,j}$

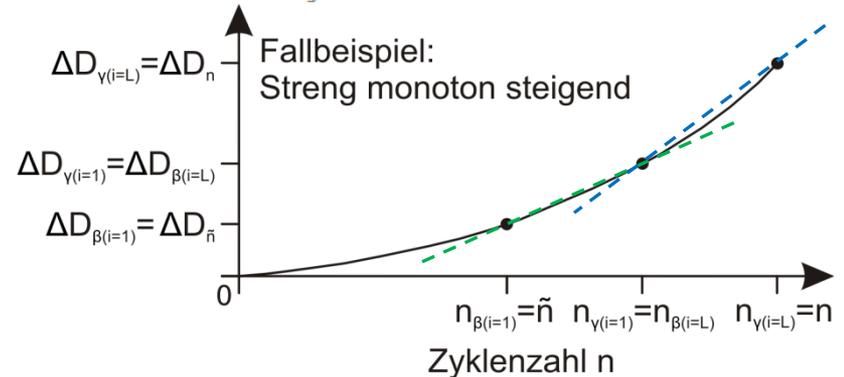
## Umformulierung des Versagenskriteriums

$$D = \underbrace{\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \left[ \Delta D_{e,i} + \sum_{j=1}^4 \Delta D_{k,i,j} \right]}_{\text{Numerisch}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{L \leq n - \tilde{n}} \left[ (n_{\gamma} - n_{\beta}) \cdot \left( \frac{\Delta D_{e,\gamma} + \Delta D_{e,\beta}}{2} \right) + \sum_{j=1}^4 \left( \frac{\Delta D_{k,\gamma,j} + \Delta D_{k,\beta,j}}{2} \right) \right]}_{\text{Analytisch}} \leq 1$$

$$\text{mit } \beta = \tilde{n} + \left[ \left( \frac{n - \tilde{n}}{L} \right) \cdot (i - 1) \right]$$

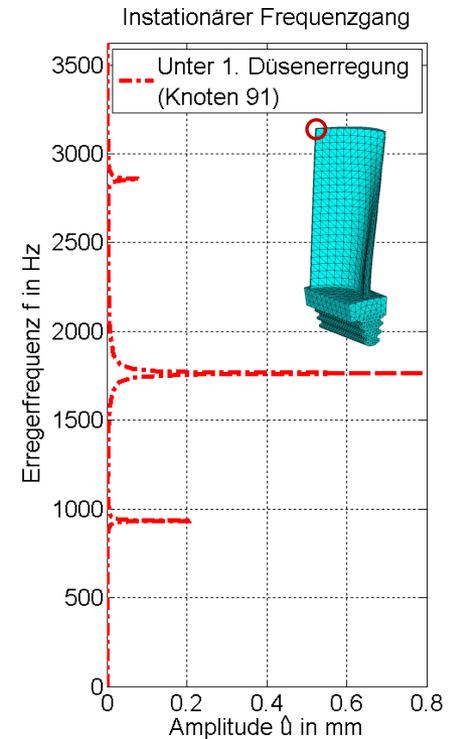
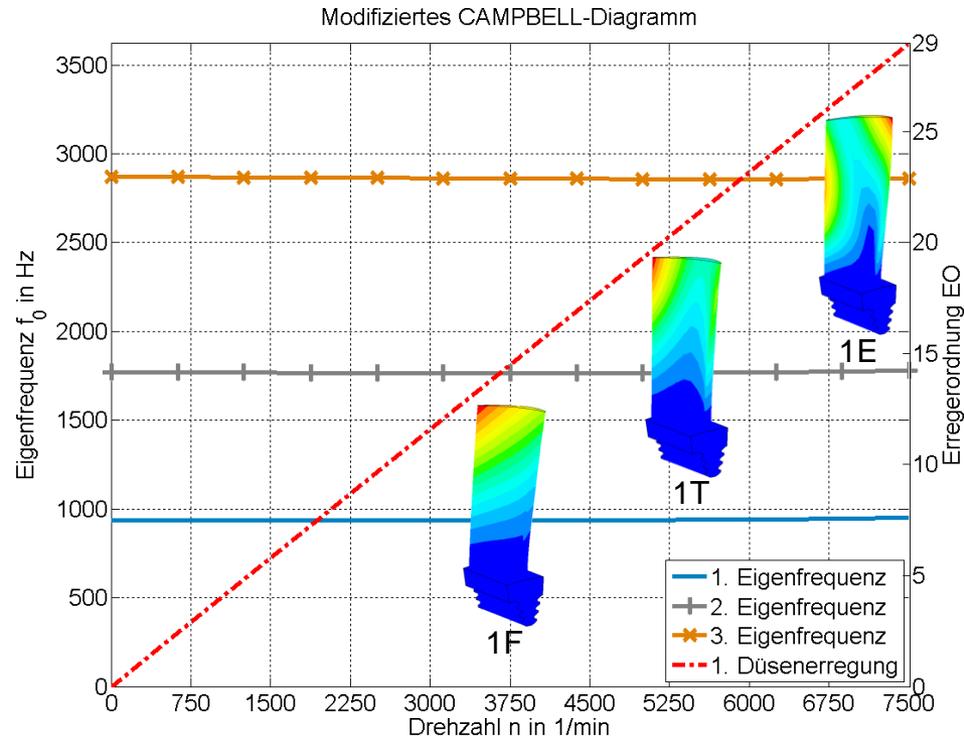
$$\text{und } \gamma = \tilde{n} + \left[ \left( \frac{n - \tilde{n}}{L} \right) \cdot i \right]$$

Teilschädigung  $\Delta D$



# Schwingungsverhalten

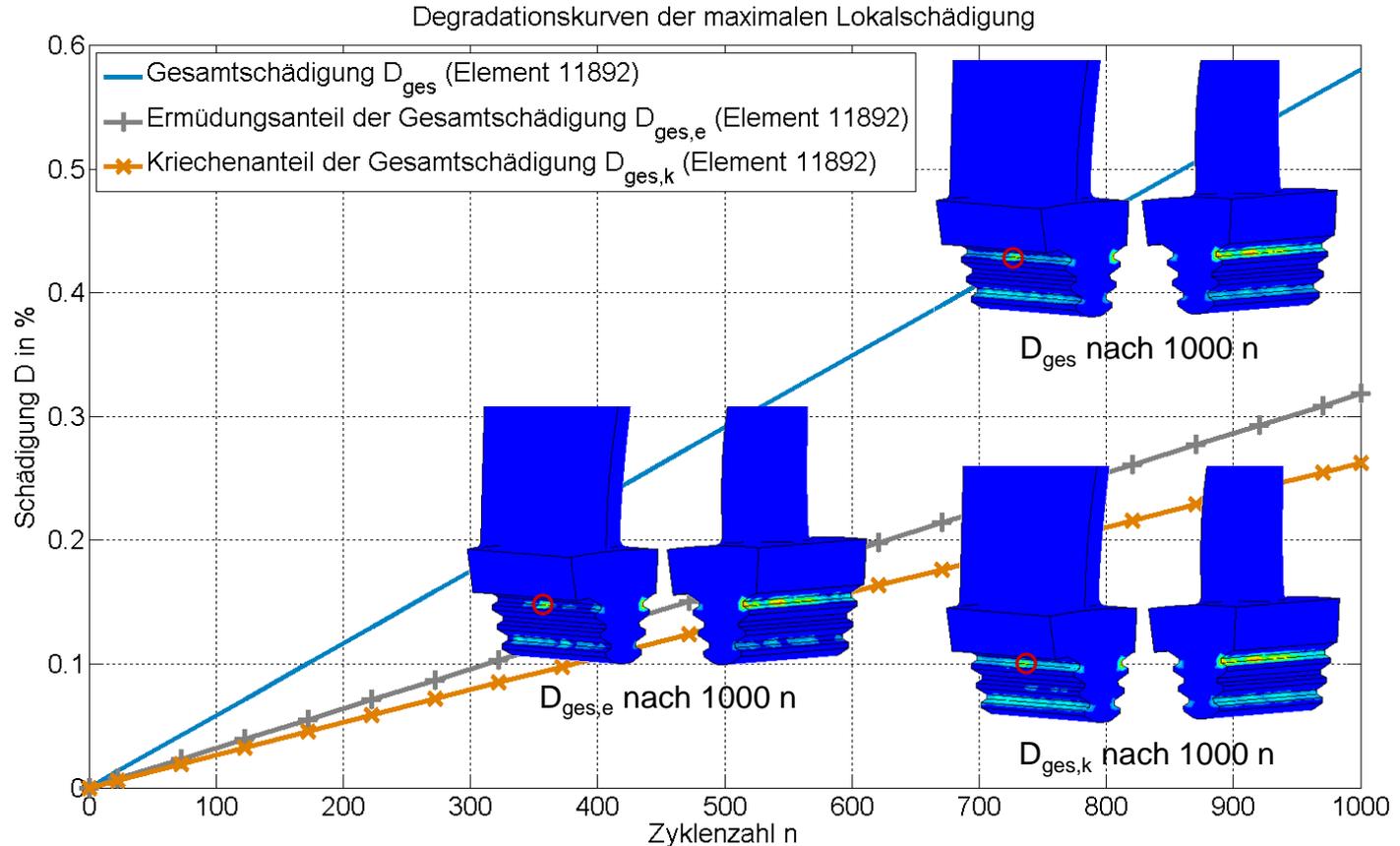
➤ Die maßgebende 1. Düsenrerregung bei der 29. Erregerordnung verursacht beim Anfahren die größten Systemamplituden an der Schaufeloberkante



- Die Versteifung infolge Fliehkraft und Entsteifung infolge Temperatur haben keinen nennenswerten Einfluss auf die Eigenfrequenzen
- Die zweite Eigenschwingung weist beim Anfahren durch den Resonanzzustand kritische Amplituden auf

## Festigkeitsverhalten

- Aufgrund rein elastischer und fast identischer Beanspruchungsbedingungen je Zyklus ergibt sich ein annähernd lineares Treppenkollektiv der Schädigungen

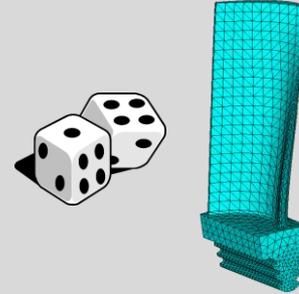
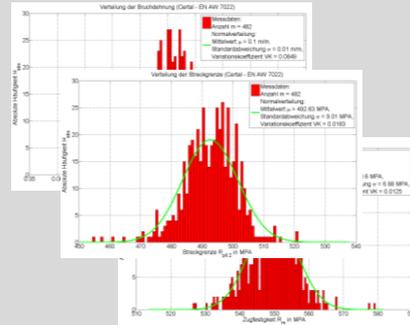


- Die Maximalspannung liegt ca. 5 % über der Dauerschwingfestigkeit, sodass eine geringe Ermüdungsschädigung auftritt
- Eine lange Haltezeit von ca. 5 h auf Vollast bewirkt eine Kriechschädigung infolge einer Zeitstandbeanspruchung trotz geringer Temperatureinwirkung

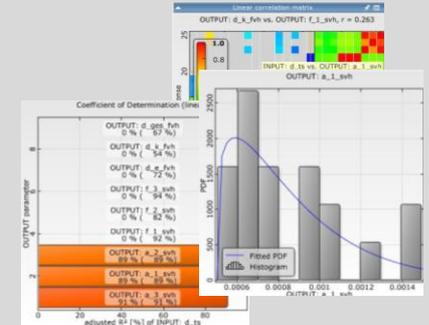
# Ausblick

## Stochastisch

➤ Statistische Untersuchung regenerationsbedingter Geometrie- und Materialimperfectionen auf das strukturmechanische Verhalten

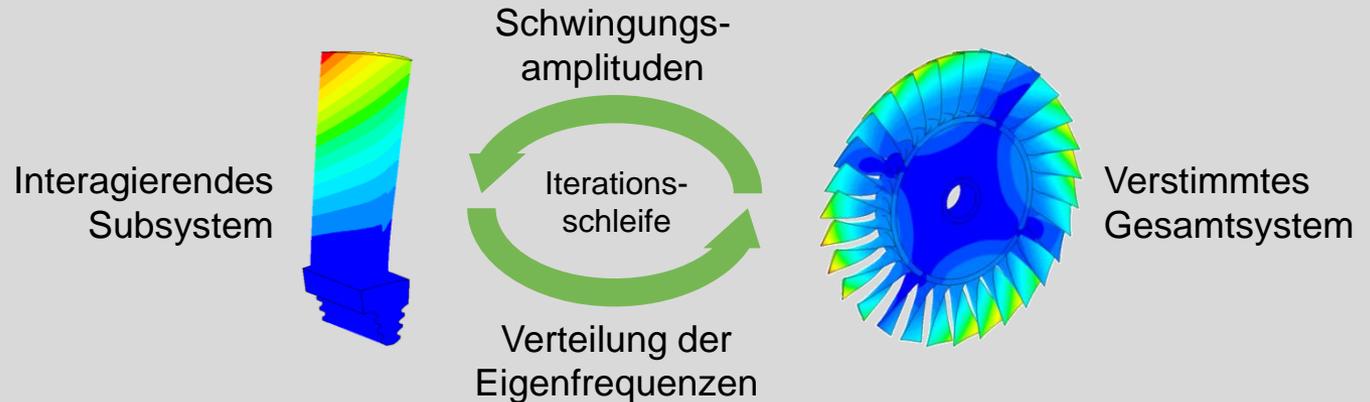


Numerische Simulation



## Deterministisch

➤ Kopplung der Ergebnisse mit der höheren Systemskalenebene des Schaufelkranzes zur Berücksichtigung des zyklischen Gesamtsystemverhaltens





# Produkt-Regeneration

Regeneration komplexer Investitionsgüter

## Sonderforschungsbereich 871

Regeneration komplexer Investitionsgüter

### Teilprojekt B4

Schwingungs- und Festigkeitsverhalten von Bauteilen mit regenerationsbedingten Geometrie- und Materialimperfectionen

### Vortrag auf dem 5. Dresdner-Probabilistik-Workshop

Stochastische Untersuchungen regenerationsbedingter Imperfectionen einer Turbinenschaufel:

Modellierung des deterministischen Modells zur effizienten Berechnung des Schwingungs- und Festigkeitsverhaltens

**Vorstandssprecher**

Prof. Dr.-Ing. J. Seume

**Teilprojektleiter**

Prof. Dr.-Ing. habil. R. Rolfes

**Teilprojektbearbeiter**

Dipl.-Ing. T. Rogge